

Форма и порядок проведения вступительного испытания

Экзамен проводится в форме письменного ответа на задания (задачи) экзаменационного билета.

Кандидатам в ходе испытания разрешается пользоваться калькуляторами (при их наличии у кандидатов), за исключением калькуляторов сотовых телефонов и других устройств.

Дополнительные материалы (справочники, пособия и т.д.) на испытании не используются.

В структуре экзаменационной работы выделены две части («В» и «С»), которые различаются по содержанию, степени сложности и числу заданий.

Часть «В» содержит 11 заданий (В1 – В11) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов и некоторым разделам геометрии основной и средней школы. При выполнении этих заданий надо записать верный ответ.

Часть «С» содержит одно более сложное задание. При его выполнении надо записать обоснованное решение и ответ.

Работа оценивается путем суммирования баллов, полученных за выполнение всех заданий частей «В» и «С»:

- за правильно выполненные задания В2, В5, В10 выставляется по 6 баллов;
- за правильно выполненные задания В1, В7, В11 выставляется по 7 баллов;
- за правильно выполненное задание В6 выставляется 8 баллов;
- за правильно выполненные задания В3, В8 выставляется по 9 баллов;
- за правильно выполненные задания В4, В9 выставляется по 10 баллов;
- за правильно выполненное задание «С» выставляется 15 баллов. При оценке данного задания снимаются баллы за допущенные ошибки и недочеты:

5 баллов снимается, если в задании допущена грубая ошибка;

3 балла снимается, если в задании допущена негрубая ошибка;

1 балл снимается, если в задании допущен недочет.

К грубым ошибкам относятся: ошибки в используемых формулах, определениях и теоремах, знание которых предусмотрено программой; ошибки в проводимых геометрических построениях; ошибки в понимании условий задач; использование неравносильных преобразований уравнений и неравенств без дополнительных исследований.

К негрубым ошибкам относятся: арифметические ошибки и описки, не изменившие условий задачи и не оказавшие существенного влияния на ход ее решения.

К недочетам относятся: небрежное оформление работы, отсутствие необходимых пояснений к проводимым аналитическим выкладкам и используемым формулам и фактам.

Требования, предъявляемые к оформлению письменной экзаменационной работы:

- задания «В» и «С» должны быть решены любым из известных кандидату способов;

- правильный ответ задачи «С» сам по себе не заменяет ее решения.

Кандидат должен записать решение задачи «С», сопровождая его необходимыми объяснениями и нужными вычислениями. Без наличия решения задача считается нерешенной.

Полученные баллы суммируются.

Экзаменационный билет по математике

ЧАСТЬ 1

В1. Путь от города до аэропорта автобус проехал за 1,2 ч, а легковой автомобиль за 0,8 ч. Скорость легкового автомобиля на 30 км/ч больше скорости автобуса. С какой скоростью ехал автобус?

Ответ: _____

В2. Сократите дробь:

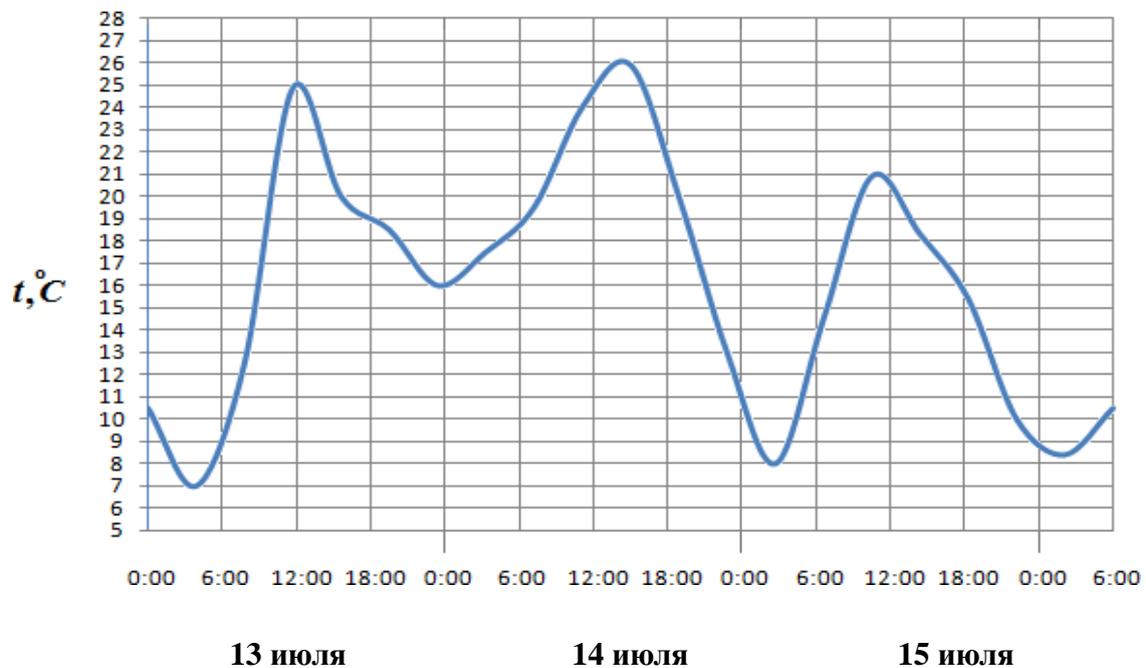
$$\frac{10 \cdot (r^2 - a^2)}{(r + a) \cdot 5}$$

Ответ: _____

В3. Найдите значение выражения: $\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}}$

Ответ: _____

В4. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурой воздуха 15 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____

В5. Найдите площадь квадрата со стороной, равной $\sqrt{3}-1$.

Ответ: _____

В6. Решите неравенство: $(x - 2) \cdot (x - 4) > 0$

Ответ: _____

В7. Какая из прямых $y = -5x$, $y = -3x + 4$ или $y = -\frac{3}{5}x - 7$ проходит через начало координат?

Ответ: _____

В8. Вычислите координаты точек пересечения графика функции $y = 4x - 16x^2$ с осью Ox .

Ответ: _____

В9. Даны точки $R(-2; -9)$, $A(-3; -5)$, $N(-2; -4)$. Вычислите длину вектора $2\vec{RA} - \vec{RN}$.

Ответ: _____

В10. Упростите тригонометрическое выражение $4 \sin^2 \alpha + 6 + 4 \cos^2 \alpha$.

Ответ: _____

В11. Решите уравнение $\sin \theta - 1 = 0$.

Ответ: _____

В12. Найдите корень уравнения $\log_5(8 - x) = 2$.

Ответ: _____

В13. Найдите значение производной функции $f(x) = 2x^3 - 3x + 5$ в точке $x_0 = 1$.

Ответ: _____

B14. Первый член и разность арифметической прогрессии (r d) равны соответственно 2 и -3. Найдите шестой член этой прогрессии.

Ответ: _____

B15. Смежные стороны параллелограмма равны 12см и 14см, а его острый угол равен 30° . Найдите площадь параллелограмма.

Ответ: _____

ЧАСТЬ 2

C1. Найдите значение выражения:

$$\log_3 81 : \log_{0,5} 2 \cdot \log_5 125.$$

C2. Решите уравнение

$$8 \cdot 2^{2\delta-1} - 28 \cdot 2^{\delta-3} = 0,5$$

C3. Упростите выражение $1 - \frac{\sin 2t \cos t}{2 \sin t}$

C4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$o = o^3 - 9o^2 + 24o - 1 \text{ на отрезке } [-1; 3]$$

C5. Тело движется по прямой так, что расстояние изменяется по закону $S(t) = 2t^3 - 12t^2 + 7$ (t – время движения в секундах). Через сколько секунд после начала движения ускорение тела будет равно 36 м/с^2 ?

ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ

На экзамене по математике абитуриент должен показать:

- а) четкое знание математических определений и теорем, предусмотренных программой;
- б) умение четко и сжато выражать математическую мысль, использовать соответствующую символику;
- в) уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, умение применять их при решении задач.

Программа состоит из трех разделов.

В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий на письменном экзамене.

Второй раздел представляет собой перечень вопросов теоретической части. При подготовке к письменному экзамену целесообразно познакомиться с формулировками утверждений из этого раздела.

В третьем разделе перечислены основные математические умения и навыки, которыми должен владеть абитуриент.

I. ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ

Арифметика, алгебра и начала анализа

Натуральные числа (\mathbb{N}). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Общий наибольший делитель. Общее наименьшее кратное.

Признаки делимости на 2, 3, 5, 10.

Целые числа (\mathbb{Z}). Рациональные числа (\mathbb{Q}), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.

Действительные числа (\mathbb{R}), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателями. Арифметический корень.

Логарифмы и их свойства.

Одночлен и многочлен.

Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции.

График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность функции.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Определение и основные свойства линейной функции, квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$, степенных функций $y = ax^n, n \in \mathbb{Z}$, показательной функции $y = a^n, n \in \mathbb{Z}$, логарифмической функции, тригонометрических функций $y = \sin x, y = \cos x, y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x$, обратных тригонометрических функций $y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \operatorname{arctg} x, y = \operatorname{arcctg} x$, арифметического корня $y = \sqrt[n]{x}, n \in \mathbb{N}$.

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

Системы уравнений и неравенств. Решения системы.

Арифметическая и геометрическая прогрессия. Формула n -го члена и суммы первых n арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n геометрической прогрессии.

Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).

Преобразование в произведения сумм $\sin \alpha \pm \sin \beta$, $\cos \alpha \pm \cos \beta$.

Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.

Производные функций: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = ax^n, n \in \mathbb{N}$, $y = a^x, a > 0$,
 $y = \ln x$.

Геометрия

Прямая, луч, отрезок, ломаная, длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.

Примеры преобразования фигур, виды симметрии, преобразование подобия и его свойства.

Векторы. Операции над векторами. Коллинеарные векторы.

Многоугольник. Его вершины, стороны, диагонали.

Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами треугольников.

Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности, сектор.

Центральные и вписанные углы.

Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма ромба, квадрата, трапеции.

Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла.

Перпендикулярность двух плоскостей.

Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы, пирамида. Правильная призма и правильная пирамида.

Параллелепипеды, их виды.

Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

Формула объема параллелепипеда.

Формула площади поверхности и объема призмы.

Формула площади поверхности и объема пирамиды.

Формула площади поверхности и объема цилиндра.

Формула площади поверхности и объема конуса.

Формула объема шара.

Формула площади сферы.

II ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ

Алгебра и начала анализа

Свойства функции $y = ax + b$ и ее график.

Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ и ее график.

Свойства функции $y = ax^2 + vx + c$ и ее график.

Формула корней квадратного уравнения.

Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Свойства числовых неравенств.

Логарифм произведения, степени, частного.

Определение и свойства функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, и их графики.

Определение и свойства функций $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, и их графики.

Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.

Формулы приведения.

Зависимость между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

Тригонометрические функции двойного аргумента.

Производная суммы двух функций.

Геометрия

Признаки равенства треугольников.

Свойства равнобедренного треугольника.

Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.

Признаки параллельности прямых.

Сумма углов треугольника. Теорема о внешнем угле треугольника.

Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.

Признаки параллелограмма и его свойства.

Окружность, описанная около треугольника.

Окружность, вписанная в треугольник.

Касательная к окружности и ее свойство.

Измерение угла, вписанного в окружность.

Признаки подобия треугольников.

Теорема Пифагора.

Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.

Формула расстояния между двумя точками плоскости.

Уравнение окружности.

Признак параллельности прямой и плоскости.

Признак параллельности плоскостей.

Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Теорема о трех перпендикулярах.

Признак перпендикулярности двух плоскости.

III ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ

Абитуриент должен уметь:

производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей, с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений;

– проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные; выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;

– строить графики линейной, квадратичной, степенной показательной, логарифмической, тригонометрической функций;

– решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним, в том числе и содержащие параметры; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда в частности, относятся простейшие неравенства и уравнения, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;

– решать задачи на составление уравнений и систем уравнений;

– изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости;

– использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии – при решении геометрических задач;

– производить операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций;

– пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.